

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ СО ВСТРОЕННЫМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПРИВОДОМ ТОРМОЗНОГО УСТРОЙСТВА

П.Р. Баранов, Ю.Н. Дементьев, И.Г. Однокопылов

Томский политехнический университет

E-mail: odivan@yandex.ru

*Представлена математическая модель асинхронного двигателя с электромагнитным тормозным устройством, включенным в рассечку фазы статора. Модель двигателя описана уравнениями в трехфазной заторможенной системе координат, позволяющая учесть влияние электромагнита, встроенного в одну из фаз статора. Математическая модель, реализованная на языке программирования Delphi в виде программы, позволяет произвести расчет основных динамических режимов асинхронного двигателя с электромагнитным тормозным устройством, а также расчет аварийных режимов работы.*

Все серийно выпускаемые асинхронные двигатели с электромагнитными тормозными устройствами (АД с ЭМТУ) оснащены нормально замкнутым дисковым механическим тормозом [1]. При пуске, под действием электромагнитного привода, фрикционные поверхности тормоза размыкаются, двигатель работает в обычном рабочем режиме. При отключении фрикционные поверхности тормоза под действием пружин замыкаются, осуществляя торможение и фиксацию вала АД. Эффективное механическое торможение и последующее надежное удержание вала привода обеспечивает безопасную эксплуатацию подъемно-транспортных машин и механизмов. Такая нормально закрытая конструкция тормоза соответствует требованиям Госгортехнадзора.

В настоящее время серийно выпускаются две модификации АД с ЭМТУ [1], которые различаются способом торможения электромагнитного при-

вода тормозного устройства. К первой модификации относятся двигатели с независимым питанием растормаживающего электромагнита от сети через выпрямитель. Достоинством данной модификации является возможность управления тормозным устройством независимо от режима работы АД. Поэтому основная область применения таких АД с ЭМТУ — частотно-регулируемый электропривод. Но тормозные устройства данной модификации имеют относительно большие габариты и массу, а также без дополнительных схем форсировки такие АД с ЭМТУ будут иметь невысокое быстродействие при пусках и торможениях.

Ко второй модификации относятся асинхронные двигатели и электромагнитные приводы тормозов, имеющие общее питание: выпрямитель с электромагнитом включаются в рассечку одной из фаз двигателя (рис. 1, 2). Достоинством таких АД с

ЭМТУ является форсированный пуск электромагнитного привода, что достигается за счет пусковых токов АД. Поэтому такие двигатели находят широкое применение в нерегулируемом электроприводе за счет относительно малых габаритов, высокого быстродействия при минимуме комплектующих изделий. По данным ОАО «СКБ Сибэлектромотор», г. Томск, производство тормозных двигателей с форсировкой от пусковых токов составляет порядка 80 % от общего количества АД с ЭМТУ.

На рис. 1 представлена одна из схем общего питания АД с ЭМТУ, предложенная фирмой «Siemens» [2]. В ней растормаживающий электромагнит, обмотка которого содержит две секции, с двухполупериодным выпрямителем устанавливается в рассечку одной из фаз АД. Такое схемное решение тормозного устройства было использовано при разработке двигателей серии 4А (4А80Е, 4А90Е, 4А100Е). При исследовании эксплуатационных показателей этой серии были выявлены следующие недостатки: а) искажение формы тока двигателя, что приводит к снижению энергетических и пусковых показателей; б) увеличение габаритов электромагнита, что уменьшает эффективность охлаждения двигателя серийным вентилятором. Применение двухполупериодной схемы выпрямления с общей точкой оправдывалось уменьшением количества силовых диодов.

В настоящее время при разработке АД с ЭМТУ новой серии было предложено в качестве выпрямителя, питающий электромагнит, использовать традиционный мостовой выпрямитель, выполненный в одном корпусе в виде диодной сборки. Схема включения тормозного устройства приведена на рис. 2. Такое техническое решение позволяет по сравнению со схемой (рис. 1): а) вдвое сократить расход меди в обмотке электромагнита, б) повысить теплоотдачу электромагнита за счет более полного заполнения медью обмоточного пространства, в) снизить искажения тока двигателя [3].

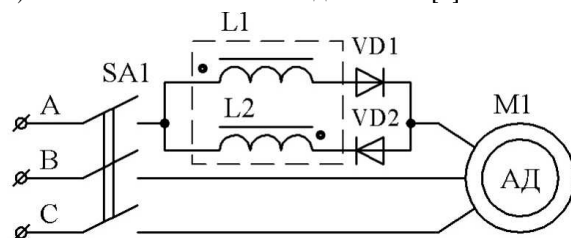


Рис. 1. Схема подключения встроенного электромагнитного тормоза с двухсекционной обмоткой

При создании новой серии АД с ЭМТУ такое схемное решение является наиболее перспективным и оптимальным для нерегулируемого электропривода. В процессе разработки такой серии необходимо провести исследования работы АД с ЭМТУ с целью выявления параметров тормозного устройства, влияющих на энергетические и эксплуатационные показатели серийного АД. С точки зрения материальных затрат и сроков проектирования наиболее эффективным способом является математическое моделирование.

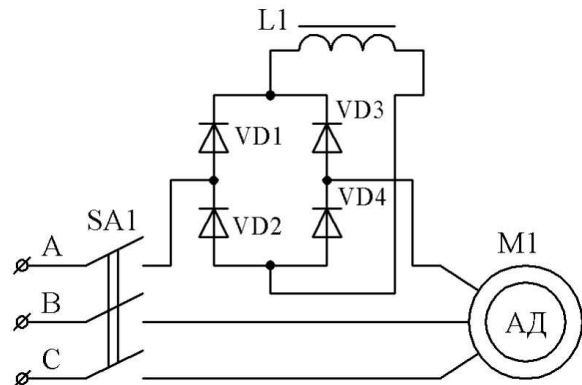


Рис. 2. Схема подключения встроенного электромагнитного тормоза с общим питанием

Так как схемное решение встроенного ЭМТУ (рис. 2) вносит несимметрию в напряжения, питающие АД, то при создании математического модели необходимо учесть данный вид несимметрии.

В технической литературе, как правило, для исследования работы АД приводятся математические модели, уравнения которых записаны в двухфазной системе координат. Приведенные в литературе модели, позволяющие исследовать несимметричные режимы [4–6] громоздки и с практической точки зрения трудно реализуются. В связи с этим предложена универсальная математическая модель асинхронного двигателя, позволяющая рассчитывать динамические и статические режимы при различных видах несимметрии.

При составлении уравнений математической модели асинхронной трехфазной машины примем следующие допущения: магнитная цепь АД ненапряжена; энергия магнитного поля сосредоточена в воздушном зазоре; потери в стали и механические потери пренебрежимо малы; воздушный зазор равномерен; напряжения фаз синусоидальны; питающая сеть – идеальная. Диоды мостового выпрямителя идеальны.

Если при моделировании АД уравнения записать в естественной трехфазной системе координат, то взаимные индуктивности между обмотками статора и ротора являются периодическими коэффициентами и изменяются по гармоническому закону при вращении ротора машины. Поэтому чтобы перейти от периодических коэффициентов к постоянным необходимо уравнения АД описать в заторможенной системе координат  $(\alpha, \beta, \gamma)$ , которая неподвижна относительно статорных осей. Система дифференциальных уравнений в этом случае имеет вид [4]:

$$U_A = R_s \cdot i_A + \frac{d\Psi_A}{dt},$$

$$U_B = R_s \cdot i_B + \frac{d\Psi_B}{dt},$$

$$U_C = R_s \cdot i_C + \frac{d\Psi_C}{dt},$$

$$\begin{aligned} 0 &= R_r \cdot i_a + \frac{d\Psi_a}{dt} + (\Psi_b - \Psi_c)\omega / \sqrt{3}, \\ 0 &= R_r \cdot i_b + \frac{d\Psi_b}{dt} + (\Psi_c - \Psi_a)\omega / \sqrt{3}, \\ 0 &= R_r \cdot i_c + \frac{d\Psi_c}{dt} + (\Psi_a - \Psi_b)\omega / \sqrt{3}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $R_s, R_r$  – сопротивления фазы статора и ротора соответственно,  $U_a, U_b, U_c$  – фазные питающие напряжения,  $i_a, i_b, i_c, i_a, i_b, i_c$  – токи в фазах статора и ротора,  $\omega$  – угловая скорость вращения вала АД,  $\Psi_a$  – потокосцепление фазы:

$$\Psi_a = L_{SA}i_a - \frac{1}{2}L_m i_b - \frac{1}{2}L_m i_c + L_m i_a - \frac{1}{2}L_m i_b - \frac{1}{2}L_m i_c.$$

Потокасцепления  $\Psi_b, \Psi_c, \Psi_a, \Psi_b, \Psi_c$  записываются аналогично. Подставляя потокасцепления в систему уравнений (1), получим 6 уравнений и 6 неизвестных:  $i_a, i_b, i_c, i_a, i_b, i_c$ . Для решения полученной системы численными методами необходимо привести ее к нормальной форме Коши. Алгебраическими преобразованиями систему (1) к нормальной форме Коши привести затруднительно, поэтому воспользуемся матричной формой записи уравнений. Матричное уравнение в нормальной форме Коши будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{d[i]}{dt} = [L_1]^{-1} \cdot \{[U] - ([R] + [L_2] \cdot \frac{\omega}{\sqrt{3}}) \cdot [i]\}, \quad (2)$$

где  $[i]$  – матрица неизвестных (токи статора и ротора);  $[U]$  – матрица напряжений;  $[R]$  – матрица сопротивлений;  $[L_1], [L_2]$  – матрицы индуктивностей:

$$\begin{aligned} [i] &= \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}; [U] = \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; [R] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix}; \\ [L_1] &= \begin{bmatrix} L_s & -L_m/2 & -L_m/2 & L_m & -L_m/2 & -L_m/2 \\ -L_m/2 & L_s & -L_m/2 & -L_m/2 & L_m & -L_m/2 \\ -L_m/2 & -L_m/2 & L_s & -L_m/2 & -L_m/2 & L_m \\ L_m & -L_m/2 & -L_m/2 & L_r & -L_m/2 & -L_m/2 \\ -L_m/2 & L_m & -L_m/2 & -L_m/2 & L_r & -L_m/2 \\ -L_m/2 & -L_m/2 & L_m & -L_m/2 & -L_m/2 & L_r \end{bmatrix}; \\ [L_2] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}L_m & -\frac{3}{2}L_m & 0 & \left(L_r + \frac{1}{2}L_m\right) & -\left(L_r + \frac{1}{2}L_m\right) \\ -\frac{3}{2}L_m & 0 & \frac{3}{2}L_m & -\left(L_r + \frac{1}{2}L_m\right) & 0 & \left(L_r + \frac{1}{2}L_m\right) \\ \frac{3}{2}L_m & -\frac{3}{2}L_m & 0 & \left(L_r + \frac{1}{2}L_m\right) & -\left(L_r + \frac{1}{2}L_m\right) & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Решением системы матричного уравнения (2) являются токи во всех фазах статора и ротора. По

токам можно определить электромагнитный момент двигателя  $M$ :

$$M = p_n \frac{\sqrt{3}}{2} L_m [(i_a i_c + i_b i_a + i_c i_b) - (i_a i_b + i_b i_c + i_c i_a)].$$

Уравнение движения электропривода для АД с ЭМТУ можно представить в следующем виде [7]:

$$\frac{J_\Sigma}{p_n} \cdot \frac{d\omega}{dt} = M - M_c - 1_{Q_T} M_T \text{sign}(\omega),$$

где  $M_T$  – тормозной момент;  $J_\Sigma$  – суммарный момент инерции вращающихся масс, приведенных к валу двигателя;  $p_n$  – число пар полюсов;  $1_{Q_T}$  – единичная функция:  $1_{Q_T}=1$  при  $Q_{ТПР} < Q$ ,  $1_{Q_T}=0$  при  $Q_{ТПР} > Q$ ;  $Q_T$  – тяговое усилие электромагнита,  $Q_{ТПР}$  – противодействующее усилие возвратных пружин;  $\text{sign}(\omega)$  – функция, учитывающая реактивность тормозного момента:  $\text{sign}(\omega)=1$  при  $\omega \geq 0$ ,  $\text{sign}(\omega)=-1$  при  $\omega < 0$ .

Для учета влияния несимметрии, вносимой тормозным устройством в работу асинхронного двигателя, рассмотрим работу схемы включения ЭМТУ, например, в фазу «А» двигателя, рис. 3.

На рисунке:  $L_s, R_s$  – индуктивность и активное сопротивление обмотки статора АД;  $i_a$  – ток в обмотке статора в фазе «А»;  $L_\Delta, R_\Delta$  – индуктивность и активное сопротивление электромагнита;  $i_d$  – выпрямленный ток электромагнита.

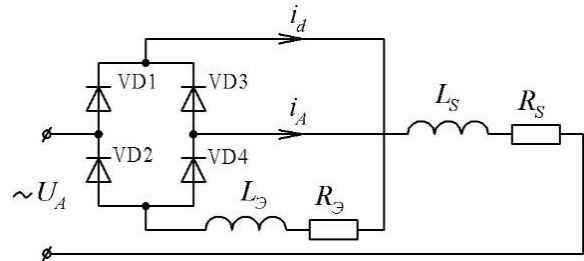


Рис. 3. Электрическая схема фазы «А» асинхронного двигателя с подключенным электромагнитом

Работа такой схемы происходит в два этапа и описывается следующими уравнениями.

**Этап 1.** Ток в схеме нарастает, выпрямленный ток  $i_d$  равен току статора  $i_a$  по модулю:

$$U_A = (R_s + R_\Delta) \cdot i_a + \frac{di_a}{dt} (L_s + L_\Delta), \quad i_d = |i_a|.$$

**Этап 2.** Ток  $i_d$  за счет энергии, накопленной в  $L_\Delta$ , спадает по замкнутому контуру:

$$U_A = R_s \cdot i_a + \frac{di_a}{dt} L_s, \quad i_d = R_\Delta \cdot i_d + \frac{di_d}{dt} L_\Delta.$$

Тогда матрица уравнения (2) на 1-ом этапе будет содержать индуктивность и активное сопротивление электромагнита  $L_\Delta, R_\Delta$ :

$$[L_1] = \begin{bmatrix} L_s + L_\Sigma & -L_m/2 & -L_m/2 & L_m & -L_m/2 & -L_m/2 \\ -L_m/2 & L_s & -L_m/2 & -L_m/2 & L_m & -L_m/2 \\ -L_m/2 & -L_m/2 & L_s & -L_m/2 & -L_m/2 & L_m \\ L_m & -L_m/2 & -L_m/2 & L_R & -L_m/2 & -L_m/2 \\ -L_m/2 & L_m & -L_m/2 & -L_m/2 & L_R & -L_m/2 \\ -L_m/2 & -L_m/2 & L_m & -L_m/2 & -L_m/2 & L_R \end{bmatrix};$$

$$[R] = \begin{bmatrix} R_s + R_\Sigma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix}$$

Система дифференциальных уравнений (2) решена численным методом Рунге-Кутты 4-ого порядка и реализована на языке программирования Delphi. В полученной программе для АД АИР112М4 были рассчитаны графики переходных процессов пуска двигателя со встроенным ЭМТУ под нагрузкой.

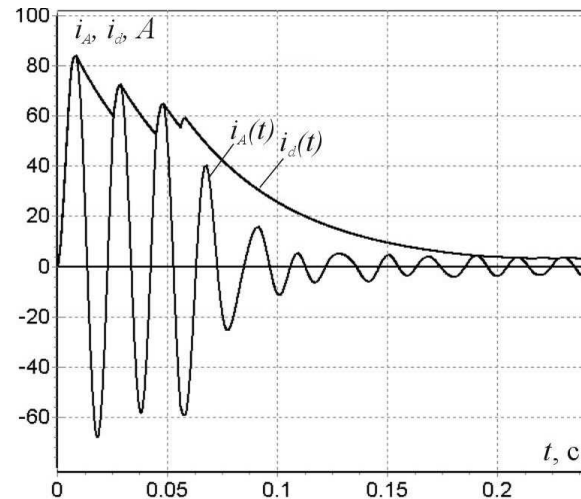


Рис. 4. Графики переходных процессов  $i_A(t)$ ,  $i_d(t)$  при пуске АД с ЭМТУ

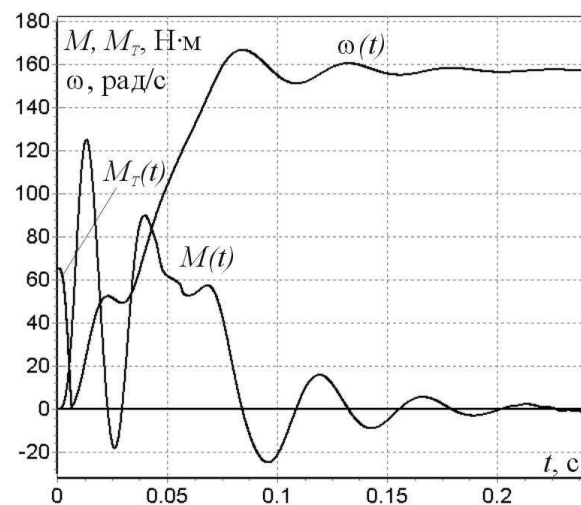


Рис. 5. Графики переходных процессов  $M(t)$ ,  $M_T(t)$ ,  $\omega(t)$  при пуске АД с ЭМТУ

На рис. 4, 5 представлены графики переходных процессов  $i_A(t)$ ,  $i_d(t)$ ,  $M(t)$ ,  $M_T(t)$ ,  $\omega(t)$  при пуске АД с ЭМТУ, полученные на предложенной математической модели. Выпрямленный ток электромагнита  $i_d$  при пуске двигателя — форсированный и равен пусковому току двигателя  $i_A$ . После срабатывания электромагнита тормозной момент  $M_T$  падает до нуля, и происходит разгон двигателя. Ток электромагнита  $i_d$  плавно снижается вместе с током статора.

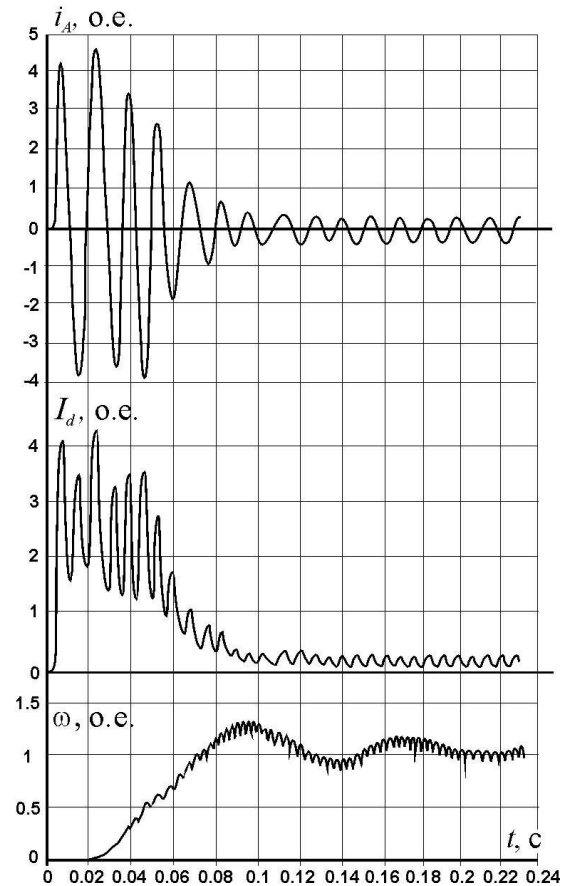


Рис. 6. Экспериментальные графики переходных процессов  $i_A(t)$ ,  $i_d(t)$ ,  $\omega(t)$  при пуске АД с ЭМТУ (1 о.е. соответствует номинальному режиму)

В электромашинной лаборатории ОАО «СКБ Сибэлектромотор» (г. Томск), были проведены экспериментальные исследования. В качестве опытного образца использовался серийный асинхронный двигатель АИР112М4Е, оснащенный дисковым тормозным устройством. Питание электромагнитного привода осуществлялось через мостовой выпрямитель, включенный в рассечку фазы обмотки статора (рис. 2).

При помощи шлейфового осциллографа Н-115 фиксировались значения тока статора, электромагнита и угловая скорость вращения ротора АД в относительных единицах (рис. 6). В эксперименте использовался источник питания большой мощности, поэтому просадка напряжения при пуске АД не превышала 6 % от номинального значения.

Результаты сравнения экспериментальных данных и теоретических расчетов показали следующее. Кратность пускового тока при экспериментальных исследованиях ( $k_T=13$ ) и на математической модели ( $k_T=15$ ) находятся в пределах заданной погрешности. Кривые изменения тока статора и выпрямленного тока в динамическом режиме на модели и в реальном двигателе подобны. Однако следует отметить, что выпрямленный ток электромагнита  $i_d$  в эксперименте имеет более высокие пульсации, что объясняется насыщением магнитопровода при больших значениях тока при пуске двигателя. В математической же модели двигателя с тормозным устройством использовалось допущение о ненасыщенной магнитной системе, поэтому индуктивность электромагнита при пуске выше, чем у опытного образца, а значит, и пульсации выпрямленного тока меньше. Темп нарастания скорости вращения ротора также практически совпал с моделью.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Технический каталог ОАО «СКБ Сибэлектромотор». – Томск, 2005.
2. Siemens Aktiengesellschaft. Hebezeug – Motorer. – Katalog H2, 1987. – 78 S.
3. Электротехнический справочник: В 3-х т. Т. 2. Электротехнические изделия и устройства / Под общ. ред. профессоров МЭИ (гл. ред. И.Н. Орлова и др.). – 7-е изд., испр. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 712 с.: ил.
4. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 2001. – 327 с.

#### Выводы

Предложена математическая модель, позволяющая корректно анализировать динамические электромеханические процессы в асинхронных двигателях со встроенным электромагнитным тормозом, включенным в рассечку фазы статора.

Разработанная математическая модель позволяет выявить параметры тормозного устройства, влияющие на энергетические и эксплуатационные показатели серийного асинхронного двигателя, что дает возможность оптимизировать пусковые и рабочие характеристики двигателя при проектировании.

Модель позволяет проводить анализ динамических и энергетических показателей при существенной несимметрии трехфазных обмоток статора, а также для моделирования аварийных режимов работы.

5. Мощинский Ю.А., Петров А.П. Математическая модель несимметричного асинхронного двигателя на основе схем замещения для переходных режимов // Электротехника. – 2003. – № 2. – С. 24–30.
6. Казовский Е.Я. Переходные процессы в электрических машинах переменного тока. – М.: Изд-во АН СССР, 1968. – 526 с.
7. Однокопылов И.Г. Математическая модель асинхронного двигателя с электромагнитным тормозным устройством // Наука. Технологии. Инновации: Матер. Всеросс. научной конф. молодых ученых в 6-ти частях. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2004. – Ч. 1. – С. 52–54.